Lycée Ibn Khaldoun BOUZNIKA	Résumé des nombres complexes	AGOUZAL
Année scolaire : 2019 – 2020		2 BPCF

Forme algébrique $i^2=-1$

$Z = a + ib$ avec $(a, b) \in \mathbb{R}^2$

$Re(z) = a$ et $Im(z) = b$

$z\in R \Leftrightarrow Im(z) = 0$

$z\in iR \Leftrightarrow Re(z) = 0$

Forme trigonométrique :

$z = r(\cos\theta + i\sin\theta)$ $r>0$

$z=[r;\theta]$ $r>0$

Forme exponentielle :

$z=re^{i\theta}$ $r>0$

$e^{i\theta}=\cos\theta+\sin\theta=[1;\theta]$

$e^{i(\theta+\theta')}=e^{i\theta}\times e^{i\theta'}$

$e^{i(\theta-\theta')}=\dfrac{e^{i\theta}}{e^{i\theta'}}$

$e^{-i\theta}=\dfrac{1}{e^{i\theta}}$

$(e^{i\theta})^n=e^{i(n\theta)}$

Euler

$\cos\theta=\dfrac{e^{i\theta}+e^{-i\theta}}{2}$

$\sin\theta=\dfrac{e^{i\theta}-e^{-i\theta}}{2i}$

$(\overrightarrow{AB},\overrightarrow{AC})\equiv\arg\left(\dfrac{Z_C-Z_A}{Z_B-Z_A}\right)[2\pi]$ $Z_A\neq Z_B$

$(\overrightarrow{AB};\overrightarrow{CD})\equiv\arg\left(\dfrac{Z_D-Z_C}{Z_B-Z_A}\right)[2\pi]$ $Z_A\neq Z_B$

$z_I=\dfrac{Z_A+Z_B}{2} \Leftrightarrow$ I milieu de [AB]

$aff(\overrightarrow{AB})=Z_B-Z_A$

$\dfrac{Z_C-Z_A}{Z_B-Z_A}\in\mathbb{R} \Leftrightarrow$ A, B et C sont alignés ($A\neq B$)

Nature d'un triangle

$\dfrac{Z_C-Z_A}{Z_B-Z_A}=\left[1;\pm\dfrac{\pi}{2}\right] \Leftrightarrow$ ABC rectangle et isocèle en A

$\dfrac{Z_C-Z_A}{Z_B-Z_A}=\left[1;\pm\dfrac{\pi}{3}\right] \Leftrightarrow$ ABC triangle équilatéral

$\dfrac{Z_C-Z_A}{Z_B-Z_A}=[1;\theta] \Leftrightarrow$ ABC triangle isocèle en A $\vec{u}$

$\dfrac{Z_C-Z_A}{Z_B-Z_A}=\left[r;\pm\dfrac{\pi}{2}\right]$; $r>0 \Leftrightarrow$ ABC rectangle en A

Représentation complexe

M, M', Ω et $\vec{u}$ d'affixes respectives z, z', ω et a

Translation $t_{\vec{u}}$: $t_{\vec{u}}(M)=M' \Leftrightarrow z'=z+a$

Homothétie $h(\Omega,k)$: $h(M)=M' \Leftrightarrow z'-\omega=k(z-\omega)$

Rotation $R(\Omega,\theta)$: $R(M)=M' \Leftrightarrow z'-\omega=e^{i\theta}(z-\omega)$

Orthogonalité de deux droites

$(AB)\perp(CD) \Leftrightarrow \arg\left(\dfrac{Z_D-Z_C}{Z_B-Z_A}\right)\equiv\pm\dfrac{\pi}{2}[2\pi]$

L'ensemble des points

$|Z-Z_A|=|Z-Z_B|$ L'ensemble des points M(z) est la médiatrice du segment $[AB]$

$|Z-Z_A|=r$ L'ensemble des points M(z) est le cercle de centre A et de rayon r $r>0$

Conjugué d'un complexe

$z=a+ib \Leftrightarrow \bar z=a-ib$

$z+\bar z=2Re(z)$

$z-\bar z=2i\,Im(z)$

$\overline{z+z'}=\bar z+\bar z'$

$\overline{z\times z'}=\bar z\times\bar z'$

$\overline{z^n}=(\bar z)^n$

$\overline{\left(\dfrac{z}{z'}\right)}=\dfrac{\bar z}{\bar z'}$

$\bar z=-z \Leftrightarrow z\in iR$

$\bar z=z \Leftrightarrow$ Z est réel

$\overline{[r,\theta]}=[r,-\theta]$ $r>0$

$-[r,\theta]=[r,\theta+\pi]$

$\dfrac{1}{[r,\theta]}=\left[\dfrac{1}{r},-\theta\right]$

$\dfrac{[r,\theta]}{[r',\theta']}=\left[\dfrac{r}{r'},\theta-\theta'\right]$

$[r,\theta]^n=[r^n,n\theta]$

$[r,\theta]\times[r',\theta']=[r\times r',\theta+\theta']$

$|z|=|-z|=|\bar z|$

$|z\times z'|=|z|\times|z'|$

$|z^n|=|z|^n$

$\left|\dfrac{z}{z'}\right|=\dfrac{|z|}{|z'|}$

$|z+z'|\le|z|+|z'|$

$AB=|Z_B-Z_A|$

$|a+ib|=\sqrt{a^2+b^2}$

$\arg(z\times z')\equiv\arg z+\arg z'[2\pi]$

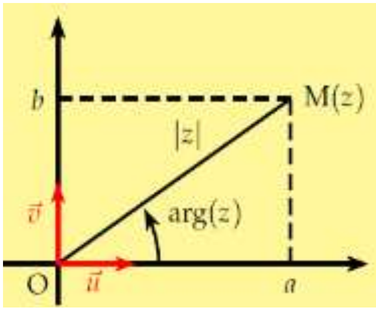
$\arg(\bar z)\equiv-\arg z[2\pi]$

$\arg(z^n)\equiv n\arg z[2\pi]$

$\arg\left(\dfrac{z}{z'}\right)\equiv\arg z-\arg z'[2\pi]$

$\arg\left(\dfrac{1}{z}\right)\equiv-\arg z[2\pi]$

$\arg(-z)\equiv\pi+\arg z[2\pi]$



Moivre

$\cos\theta+\sin\theta=[1,\theta]$

$(\cos\theta+\sin\theta)^n=[1,n\theta]$

$[1,\theta]^n=[1,n\theta]$

$Re[1,\theta]^n=\cos(n\theta)$

$Im[1,\theta]^n=\sin(n\theta)$

Equation de second degré dans $\mathbb{C}$

$az^2+bz+c=0$ où a, b et c des réels $a\neq0$

Solutions de l'équation	$\Delta=b^2-4ac$
$z=-\dfrac{b}{2a}$	$\Delta=0$
$z_1=\dfrac{-b+\sqrt{\Delta}}{2a}$ et $z_2=\dfrac{-b-\sqrt{\Delta}}{2a}$	$\Delta>0$
$z_1=\dfrac{-b+i\sqrt{-\Delta}}{2a}$ et $z_2=\dfrac{-b-i\sqrt{-\Delta}}{2a}$	$\Delta<0$